การหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม เมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์

โดย

นายชูพล ดิษฐสกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974 – 653 – 229 – 4

THE DETERMINATION OF THE LEAST SAMPLE SIZE FOR TESTING HYPOTHESES ABOUT THE MEANS OF MORE THAN TWO POPULATIONS UNDER THE SPECIFIC POWER OF THE TEST AND ALTERNATIVE HYPOTHESES GIVEN IN QUANTILES

By

Choopol Dittasagul

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree

MASTER OF SCIENCE

Department of Mathematics

Graduate School

Silpakorn University

2002

ISBN 974 – 653 – 229 – 4

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร อนุมัติให้วิทยานิพนธ์เรื่อง “การหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม เมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์” เสนอโดย นายชูพล ดิษฐสกุล เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์

……
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิราวรรณ คงคล้าย)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
วันที่ ……. เดือน …… พ.ศ. …….

ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

1. รองศาสตราจารย์ วีรานันท์ พงศาภักดี
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปราณี นิลกรณ์

คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์

…….... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ไพบูลย์ รัตนประเสริฐ)
……/……/……

…….... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ วีรานันท์ พงศาภักดี)
……/……/……

…….... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปราณี นิลกรณ์)
……/……/……

…….... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมเจตน์ ไวยาการณ์)
……/……/……

…….... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ วัฒนา เกาศัลย์)
……/……/……

K 41515003 : สาขาวิชาสถิติประยุกต์
คำสำคัญ : ขนาดตัวอย่าง / อำนาจการทดสอบ / ควอนไทล์

ชูพล ดิษฐสกุล : การหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่มเมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์ (THE DETERMINATION OF THE LEAST SAMPLE SIZE FOR TESTING HYPOTHESES ABOUT THE MEANS OF MORE THAN TWO POPULATIONS UNDER THE SPECIFIC POWER OF THE TEST AND ALTERNATIVE HYPOTHESES GIVEN IN QUANTILES) อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ : รศ.วีรานันท์ พงศาภักดี และ ผศ. ดร.ปราณี นิลกรณ์. 46 หน้า. ISBN 974 – 653 – 229 – 4

ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองหรือการสำรวจข้อมูลนั้นเป็นเรื่องสำคัญต่อการวิเคราะห์และการอนุมานทางสถิติ ที่ผ่านมามีผู้สร้างตารางสำเร็จรูป สำหรับหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 และ 2 กลุ่มเท่านั้น

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างตารางสำเร็จรูป สำหรับหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม โดยมีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรในรูปควอนไทล์ที่ p และกำหนดอำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) สมมติฐานว่าง (H_0) คือมีค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มไม่มีความแตกต่างกัน และมีสมมติฐานแย้ง (H_1) คือค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 กลุ่มแตกต่างกัน โดยในที่นี้กำหนดให้ขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน ภายใต้เงื่อนไขสมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง ตัวสถิติทดสอบ F มีการแจกแจงแบบ Non-Central F โดยมี Noncentrality Parameter $\phi = \left| \frac{n}{r} \sum_{j=1}^{r} (\mu_j - \mu)^2 \right|^2 / \sigma$ เมื่อ n คือขนาดตัวอย่าง r คือจำนวนกลุ่มประชากร μ_j คือค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่ j μ คือค่าเฉลี่ยรวมของประชากรทุกกลุ่ม σ คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร Guenther (1977) เมื่อกำหนดควอนไทล์ที่ p ระดับความมีนัยสำคัญ (α) และอำนาจการทดสอบ งานวิจัยนี้สามารถหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานดังกล่าว โดยการทำซ้ำ (Iteration) ระหว่างค่า n กับ ϕ และแผนภูมิของ Pearson and Hartley (1951)

ผลของการวิจัยนี้ให้ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดซึ่งนำเสนอในรูปตาราง ภายใต้ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 โดยกำหนดควอนไทล์ที่ p มีค่าเท่ากับ 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 และ 0.45 และกำหนดอำนาจการทดสอบให้มีค่าเท่ากับ 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95 และ 0.99 พร้อมกับเสนอโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณขนาดตัวอย่างดังกล่าวด้วย ผลของการวิจัยพบว่าการทดสอบสมมติฐานที่ต้องการให้มีอำนาจการทดสอบสูงหรือค่าควอนไทล์ที่ p ใกล้ 0.50 ต้องใช้ขนาดตัวอย่างที่สูงขึ้น

ภาควิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร ปีการศึกษา 2545
ลายมือชื่อนักศึกษา……..
ลายมือชื่ออาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ 1. ……. 2. ….……

K 41515003 : MAJOR : APPLIED STATISTICS
KEY WORD : SAMPLE SIZE / POWER OF THE TEST / QUANTILE
CHOOPOL DITTASAGUL : THE DETERMINATION OF THE LEAST SAMPLE SIZE FOR TESTING HYPOTHESES ABOUT THE MEANS OF MORE THAN TWO POPULATIONS UNDER THE SPECIFIC POWER OF THE TEST AND ALTERNATIVE HYPOTHESES GIVEN IN QUANTILES. THESIS ADVISORS : ASSO.PROF.VEERANUN PONGSAPUKDEE AND ASST.PROF.PRANEE NILAKORN,Ph.D. 46 pp. ISBN 974 – 653 – 229 – 4

Sample size that uses in an experiment or a sample survey is important to statistical analyses and inferences. In the past, tables for the minimum sample size were given for the hypothesis testing about one or two population means only.

The purposes of this research were to compute tables for the least sample size for testing hypotheses about the means of more than two populations when one mean was given in quantiles of order p of the distribution with other means, the power of the test was specified, assuming the sample size are equal and the null hypothesis was H_0 : all means are equal against alternative hypothesis H_1 : not all means are equal. Under H_1, F was distributed as a Non-central F random variable with noncentrality parameter $\phi = \left[\frac{n}{r}\sum_{j=1}^{r}(\mu_j - \mu)^2\right]^{\frac{1}{2}} / \sigma$ where n was a sample size, r was the number of populations, μ_j was the mean of population j, μ was the grand mean and σ was a standard deviation. The calculation of the least sample size was based on the method proposed by Guenther (1977). When the quantile of order p, the level of significant (α) and the power of the test were specified, the least sample size for testing the hypothesis was found by iterating between n and ϕ, obtained form the chart of noncentral F provided by Pearson and Hartley (1951).

Tables for the least sample size under 2 levels of significance (α), 0.01 and 0.05, 8 values of quantile of order p, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45 and 11 values of the power of the test (1-β), 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95 and 0.99 were given. The program used to calculate the sample size was also presented. It was found that the more the power of the test was required or the more the specified quantile of order p got closer to 0.50, the larger the sample size was required.

Department of Mathematics Graduate School, Silpakorn University Academic Year 2002
Student's signature……..
Thesis Advisors' signature 1. ……..…. 2. ….……

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาค้นคว้าและเรียบเรียงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ วีรานันท์ พงศาภักดี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปราณี นิลกรณ์ กรรมการและผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งให้คำแนะนำ แนวความคิดในการศึกษาและเรียบเรียงตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์นี้ ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ไพบูลย์ รัตนประเสริฐ รองศาสตราจารย์ วัฒนา เกาศัลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมเจตน์ ไวยาการณ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สุดา ตระการเถลิงศักดิ์ รองศาสตราจารย์ ชำนิ สุนทราคม ที่ให้วิชาความรู้กับผู้วิจัย ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์สุริยา วีรวงศ์ นักวิจัยประจำสถาบันวิจัยสังคม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้โอกาสหลายๆ อย่างกับผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ บุคคลผู้ยิ่งใหญ่ สุดท้ายขอขอบคุณทุกคนที่มีน้ำมิตรกับผู้วิจัย ขอบคุณ ขอบคุณจากใจจริง

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ข้อมูลสถิตินับว่าเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งในการดำเนินงานด้านต่างๆ และการทดลองหรือการศึกษาเพื่อหาข้อสรุปอย่างใดอย่างหนึ่ง จำเป็นต้องมีรายละเอียดที่เกี่ยวกับการทดลองหรือการศึกษานั้น เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาเลือกผลสรุปที่ถูกต้องตรงกับความเป็นจริง ข้อมูลสถิติที่เป็นประโยชน์จริงๆ จะต้องเป็นข้อมูลที่มีความถูกต้องเป็นที่น่าเชื่อถือได้ การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ดีจำเป็นที่จะต้องใช้วิธีการเก็บรวบรวมที่มีหลักเกณฑ์และการกำหนดขนาดของตัวอย่างให้เหมาะสม

การสำรวจข้อมูลด้วยวิธีสำมะโนนั้นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยของประชากร จึงใช้งบประมาณและเสียเวลาในการดำเนินงานมาก พนักงานที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลก็ต้องมีเป็นจำนวนมาก เป็นการยากที่จะเลือกพนักงานที่ดีมีคุณภาพเหมือนกันทุกคน ในบางครั้งจึงใช้วิธีการสำรวจข้อมูลจากตัวอย่างแทนการสำมะโน ซึ่งมีข้อดี คือ เสียค่าใช้จ่ายในการดำเนินงานน้อย รวดเร็ว ประหยัดค่าใช้จ่าย ส่วนข้อเสียของการสำรวจด้วยตัวอย่าง มีสิ่งที่สำคัญคือ ถ้าหากใช้ขนาดตัวอย่างน้อยเกินไป อาจจะทำให้ข้อมูลที่ได้ไม่ถูกต้องกับความเป็นจริง ทั้งนี้เพราะตัวอย่างที่ได้อาจมาจากเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่ง ซึ่งไม่ใช่ตัวแทนที่ดีของประชากร

สิ่งสำคัญของการสุ่มตัวอย่าง คือ การรวบรวมสารสนเทศจากตัวอย่าง เพื่อการวิเคราะห์และอนุมานผลถึงสารสนเทศทั้งหมดของประชากร ตัวอย่างที่เลือกมาจึงมีผลกระทบถึงข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร ในกรณีที่ไม่สามารถหาสารสนเทศทั้งหมดของประชากรได้ การเลือกตัวอย่างเพียงบางส่วนจึงเป็นสิ่งที่จำเป็น และการกำหนดขนาดตัวอย่างจึงเป็นปัญหาอย่างหนึ่งที่สำคัญที่ต้องหาวิธีกำหนดให้เหมาะสม เพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐาน และสรุปผลถึงประชากรต่อไปได้

การทดสอบสมมติฐานเป็นการทดสอบข้อสมมติที่เกี่ยวกับประชากรหนึ่งกลุ่มหรือหลายกลุ่ม โดยข้อสมมตินั้นอาจเป็นจริงหรือไม่จริง การตรวจสอบสมมติฐานว่าง H_0 ว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงนั้น จะใช้ข้อมูลจากตัวอย่างเป็นตัวช่วยในการตัดสินใจที่จะยอมรับ (accept) หรือปฏิเสธ (reject) สมมติฐานที่ตั้งไว้ และจะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 ถ้าข้อมูลจากตัวอย่างสอดคล้องกับสมมติฐานว่าง และจะปฏิเสธสมมติฐานว่างถ้าข้อมูลจากตัวอย่างขัดแย้งกับสมมติฐานว่าง ปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งในการทดสอบสมมติฐานก็คือ การกำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน การคำนวณขนาดตัวอย่างที่ใช้โดยทั่วไปในปัจจุบัน ใช้สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (μ) ของประชากร 1 หรือ 2 กลุ่ม เช่นงานวิจัยของ Guenther (1977) กรณีแรกทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ซึ่งมีสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = \mu_0$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu = \mu_1 > \mu_0$ เมื่ออำนาจการทดสอบน้อยกว่าหรือเท่ากับ α ในกรณีที่สมมติฐานว่าง H_0 เป็นจริง และมากกว่าหรือเท่ากับ $1-\beta$ ในกรณีที่สมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง ในกรณีที่ไม่ทราบค่าของ σ^2 กรณีที่สองเป็นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม ในกรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน ในการทดสอบซึ่งมีสมมติฐานว่าง คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ เมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบให้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α เมื่อสมมติฐาน H_0 เป็นจริง และมากกว่าหรือเท่ากับ $1-\beta$ ในกรณีที่สมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง Ott (1984 : 119-120) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ในกรณีทราบความแปรปรวนของประชากร เมื่อมีสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = \mu_0$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu = \mu_1$ Fleiss (1986 : 396) ได้เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับประชากร 2 กลุ่ม กรณีทราบความแปรปรวนของประชากร เมื่อมีสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ โดยจะสมมติให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร คือ $\delta = \mu_1 - \mu_2$ โดยที่ความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน Kleinbaum, Kupper and Muller (1988 : 31) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับ

ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีทราบความแปรปรวนและความแปรปรวนทั้งสองกลุ่มเท่ากับ σ^2 เมื่อสมมติฐานคือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เทียบกับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากันจากประชากรที่เป็นอิสระกัน

ในงานวิจัยนี้จะใช้แนวความคิดในการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดของ Guenther (1977) มาสร้างตารางสำเร็จรูปสำหรับหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม ซึ่งตารางสำเร็จรูปนี้ยังไม่มีใครทำขึ้นมา โดยกำหนดค่าของระดับความมีนัยสำคัญ (α) อำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) และค่าควอนไทล์ที่ p ให้มีค่าต่าง ๆ ตารางสำเร็จรูปดังกล่าวนี้แสดงขนาดของตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานสำหรับการทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อสร้างตารางสำเร็จรูปสำหรับหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริง (n) ที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม ตามการกำหนดค่าของอำนาจการทดสอบ และระดับความมีนัยสำคัญ เมื่อ $\mu_i, i > 2$ เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยกำหนดให้ p มีค่าต่างๆ

ขอบเขตของการศึกษา

งานวิจัยนี้เป็นการคำนวณหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริง (n) ที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มากกว่า 2 กลุ่ม กรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร ความแปรปรวนของทุกกลุ่มเท่ากัน ($\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \ldots = \sigma^2_r$, เมื่อ r แทนจำนวนกลุ่มของประชากร) และขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน ($n_1 = n_2 = \ldots = n_r$) และใช้สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวประกอบเดียว (One-way ANOVA) การคำนวณขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด ทำภายใต้การกำหนดค่าอำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) และระดับความมีนัยสำคัญ (α) ดังนี้

1. อำนาจการทดสอบ (1-β) เมื่อสมมติฐาน H_1 เป็นจริง ในการวิจัยนี้กำหนดอำนาจการทดสอบให้มีค่าต่าง ๆ ดังนี้คือ 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95 และ 0.99

2. ระดับความมีนัยสำคัญ (α) สำหรับการทดสอบกำหนดให้เท่ากับค่าต่าง ๆ ดังนี้ 0.01, 0.05

3. ในการกำหนด μ_i, $i > 2$ เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 การหาควอนไทล์ที่ p โดยกำหนดให้ p มีค่าต่าง ๆ ดังนี้ 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 และ 0.45

4. จำนวนกลุ่มของประชากร r = 3, 4, 5 กลุ่ม

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เป็นแนวทางในการกำหนดขนาดตัวอย่าง ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม เพราะถึงแม้ในทางปฏิบัติจะไม่ทราบความแตกต่างของ μ ของแต่ละกลุ่ม แต่ผู้ทำการวิจัยก็ควรจะมีข้อมูลพอสมควรที่จะประมาณได้ว่าค่าเฉลี่ยของประชากรของ 2 กลุ่มที่แตกต่างกันนั้นเป็นควอนไทล์ที่อยู่ระหว่าง 2 ค่าใดๆ ของการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งจากวิธีดังกล่าวนี้จะได้ขอบเขตของขนาดตัวอย่างว่าควรจะมีค่าอยู่ระหว่างค่า 2 ค่า ที่เหมาะสมกับอำนาจการทดสอบ และ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด ซึ่งควรใช้ค่าขนาดตัวอย่างที่มากที่สุดสำหรับค่าของขอบเขตที่กำหนดดังกล่าว

นิยามศัพท์เฉพาะ

ในงานวิจัยนี้เป็นการสร้างตารางสำเร็จรูปของขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม ซึ่งมีศัพท์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ที่ควรทราบ เพื่อความเข้าใจตรงกันดังนี้

การทดสอบสมมติฐาน (testing hypothesis) หมายถึง การทดสอบสมมติฐานว่าง H_0 เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่มว่าเป็นจริงหรือไม่จริง เทียบกับสมมติฐานแย้ง H_1

ขนาดตัวอย่าง (sample size) หมายถึง จำนวนหน่วยตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

ขนาดตัวอย่างที่แท้จริง (the exact sample size) หมายถึง จำนวนหน่วยตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร ที่สอดคล้องกับอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ ระดับความมีนัยสำคัญ (α) และค่าควอนไทล์ที่ p ที่กำหนด

อำนาจการทดสอบ (power of the test) หมายถึงความน่าจะเป็นที่การทดสอบนั้นจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างไม่ถูกต้อง ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ โดยที่ β เป็นความน่าจะเป็นที่จะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 ทั้งที่สมมติฐานว่างไม่ถูกต้อง

ควอนไทล์ (quantile) ควอนไทล์ที่ p สำหรับ $0 < p < 1$ ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F คือค่า x_p ที่ทำให้ $F(x_p) = P(X \leq x_p) = p$

บทที่ 2

ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาครั้งนี้เป็นการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม ในบทนี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เป็นเรื่องของการแจกแจงที่เกี่ยวข้องได้แก่ การแจกแจงแบบ Central F และการแจกแจงแบบ Non-central F ส่วนที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการหาขนาดตัวอย่างในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

ส่วนที่ 1 การแจงแจงที่เกี่ยวข้อง

การแจกแจงแบบ Central F (Central F distribution)

การแจกแจงแบบ Central F เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง ถ้าให้ U กับ V เป็นตัวแปรสุ่ม 2 ตัวซึ่งมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มีจำนวนองศาอิสระเท่ากับ ν_1 และ ν_2 ตามลำดับ ให้ $F = \frac{U/\nu_1}{V/\nu_2}$ จะได้ว่าตัวแปรสุ่ม F นี้มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น (ไพบูลย์ รัตนประเสริฐ 2539 : 90 - 91) คือ

$$g_1(f) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma[(\nu_1+\nu_2)/2]}{\Gamma(\nu_1/2)\Gamma(\nu_2/2)}\left(\dfrac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\nu_1/2} \dfrac{f^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{\left(1+\dfrac{\nu_1 f}{\nu_2}\right)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}, 0 < f < \infty \\ 0, \tilde{a}^{1}\cdot\tilde{O}\grave{e}\acute{I}\times\grave{e}^{1}\text{œ} \end{cases}$$

เรียกตัวแปรสุ่ม F ซึ่งมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $g_1(f)$ ว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ F ด้วยจำนวนองศาอิสระ ν_1 และ ν_2 รูปกราฟของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบ F จะขึ้นอยู่กับจำนวนองศาอิสระของทั้งตัวตั้งและตัวหาร กราฟของฟังก์ชัน

ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม F เรียกว่า โค้งการการแจกแจงแบบ F ซึ่งโค้งการแจกแจงแบบ F สำหรับจำนวนองศาอิสระของตัวตั้งและตัวหารต่างๆ แสดงในรูปที่ 1

ภาพที่ 1 โค้งการแจกแจงแบบ F

เนื่องจากโค้งการแจกแจงแบบ F ขึ้นอยู่กับจำนวนองศาอิสระของทั้งตัวตั้งและตัวหาร เพราะฉะนั้นจึงไม่สามารถสร้างตารางสำหรับพื้นที่ใต้โค้งการแจกแจงแบบ F ทุกจำนวนองศาอิสระของทั้งตัวตั้งและตัวหารได้ ดังนั้นจึงมีการสร้างตารางของการแจกแจง F เฉพาะบางค่าของพื้นที่ใต้โค้งทางซ้ายของการแจกแจงแบบ F ที่ใช้กันเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งตารางของการแจกแจงแบบ F จะพิจารณาจากจุดตัดขององศาอิสระของตัวตั้งกับองศาอิสระของตัวหาร

การแจกแจงแบบ Non-Central F (Non-Central F distribution)

การแจกแจงแบบ Non-Central F (Non-Central F distribution) เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง ถ้าให้ U เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ Non-Central Chi-square ($\chi^2_{(\nu_1,\,\phi)}$) ทีมีจำนวนองศาอิสระ ν_1 และ Non-Centrality Parameter ϕ ส่วน V มีการแจกแจงแบบไคแสควร์ (Central Chi-square ($\chi^2_{(\nu_2)}$)) ที่มีจำนวนองศาอิสระ

เท่ากับ ν_2 ให้ F = $\frac{U/\nu_1}{V/\nu_2}$ จะได้ว่าตัวแปรสุ่ม F แบบ Non-Central F ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Patel et al. 1976 : 229 - 230) คือ

$$g_2(f) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{2i+\nu_1+\nu_2}{2}\right)\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{2i+\nu_1/2} f^{(2i+\nu_1-2)/2} e^{-\phi/2\left(\frac{\phi}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2i+\nu_1}{2}\right)\nu_i!\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}f\right)^{(2i+\nu_1+\nu_2)/2}}$$

เมื่อ (ν_1, ν_2) เป็นองศาอิสระ โดยมี ϕ เป็น Noncentrality Parameter

ส่วนที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการหาขนาดของตัวอย่างในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

ในส่วนนี้จะนำเสนอวิธีการหาขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร โดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนที่ 1 เป็นการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานของประชากร 1 กลุ่ม 2 กลุ่ม และมากกว่า 2 กลุ่ม โดยใช้แนวคิดของ Guenther (1977 : 117 - 118) และส่วนที่ 2 เป็นวิธีการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐาน เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรโดยทั่วไป

การหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1, 2 กลุ่ม และของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม

Odeh and Fox (1975) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากันจากประชากรสองประชากรที่เป็นอิสระกันและมีความแปรปรวนเท่ากันคือเท่ากับ σ^2 การประมาณขนาดตัวอย่างวิธีนี้มีขั้นตอนการประมาณดังนี้

1. กำหนดตัวแบบของการทดสอบ
2. กำหนดสมมติฐานว่างในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

4. กำหนดสมมติฐานแย้งในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร

5. กำหนดอำนาจการทดสอบ (power) เมื่อสมมติฐานแย้งในขั้นที่ 4 เป็นจริง

6. อ่านค่า ϕ จากแผนภูมิ ของ Odeh and Fox (1975) โดยจำนวนองศาอิสระตัวที่ 1 และ 2 คือ ν_1, $\nu_2 = \infty$ (ใช้ค่า α จากขั้น 3 และค่า power จากขั้น 5 ด้วย)

7. ใช้ค่า ϕ จากขั้นที่ 6 และสมการ $\phi = \sqrt{\frac{S^*}{\sigma^2(\nu_1 + 1)}}$ ในการหาค่า n ถ้ามีเศษให้ปัดเศษขึ้น ($S^* = \sum_{j=\nu_2+1}^{\nu_2+\nu_1} \mu_i^2$)

8. ใช้ค่าสุดท้ายของ n ในการคำนวณ ϕ และ ν_2

9. จากแผนภูมิ ของ Odeh and Fox (1975) ดูจุดตัดกันของ ϕ ในขั้นที่ 8 กับ ν_1 อ่านค่า ν_2 ที่จุดนั้น

10. ถ้าค่าของ ν_2 ในขั้นที่ 8 น้อยกว่าในขั้นที่ 9 เพิ่ม n ทีละ 1 ทำซ้ำขั้นที่ 8 – 10 จนกระทั่งค่า ν_2 ในขั้นที่ 8 มากกว่า ν_2 ในขั้นที่ 9

วิธีการนี้ต้องกำหนดอำนาจการทดสอบก่อน แล้วทำซ้ำจนกระทั่ง ν_2 ในขั้นที่ 8 มากกว่า ν_2 ในขั้นที่ 9

Guenther (1977 : 117-119) กล่าวถึงการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร แบ่งออกได้เป็น 2 กรณีคือ

1. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม การทดสอบสมมติฐานชนิดนี้มีสมมติฐานว่างคือ $H_0 : \mu = \mu_0$ และสมมติฐานแย้งคือ $H_1 : \mu = \mu_1 > \mu_0$ เมื่ออำนาจการทดสอบน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ (α) ในกรณีที่สมมติฐานว่าง H_0 เป็นจริง และมากกว่าหรือเท่ากับ $1-\beta$ ในกรณีที่สมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง ในกรณีที่ไม่ทราบค่าของ σ^2 จะมีวิธีการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงดังนี้

พิจารณาสถิติทดสอบ คือ $T_{n-1} = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)}{S}$

เมื่อ $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

ซึ่งการทดสอบนี้จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $T_{n-1} > t_{n-1,\alpha}$

เมื่อ $t_{n-1,\alpha}$ คือ ควอนไทล์ส่วนบนที่ α ของการแจกแจงแบบ t ด้วยองศาอิสระเท่ากับ n-1 ภายใต้เงื่อนไขสมมติฐาน H_1 เป็นจริงจะได้ว่า T_{n-1} จะมีการแจกแจงแบบ Non-Central t โดยมี Noncentrality Parameter $\delta = \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma}$ และเพื่อแก้ปัญหาการไม่ทราบค่า σ ใน Noncentrality Parameter จะกำหนดให้ μ_0 เป็น ควอนไทล์ที่ p ($p < 0.50$) ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย คือ μ_1

ดังนั้น $\frac{(\mu_0 - \mu_1)}{\sigma} = Z_p$

ซึ่งจะได้ $\delta = -Z_p\sqrt{n}$

หรือ $n = \frac{\delta^2}{Z_p^2}$

เมื่อกำหนดระดับความมีนัยสำคัญ (α) และอำนาจการทดสอบ (1-β) และกำหนดให้ μ_0 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ (นั่นคือกำหนด Z_p) ก็จะสามารถหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงโดยวิธีการทำซ้ำ (iteration) ระหว่างค่า n และ δ โดยใช้ตารางของ Owen (1965) จนค่าของ n เข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งจึงหยุด

สำหรับตารางของ Owen (1965) นั้นเป็นตารางแสดงค่า Noncentrality Parameter ของการแจกแจงแบบ t สำหรับความน่าจะเป็นของการเกิด Type II error, จำนวนองศาอิสระ และระดับความมีนัยสำคัญในการทดสอบสมมติฐาน ค่า δ จะผันแปรไปตามองศาอิสระ (df) ค่าความน่าจะเป็นของการเกิด Type II error และระดับความมีนัยสำคัญต่างๆ

ในกรณีของการทดสอบสมมติฐานที่มีสมมติฐานแย้งคือ $H_1 : \mu = \mu_1 < \mu_0$ จะกำหนดให้ μ_0 เป็นควอนไทล์ที่ p ($p > 0.05$) ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 และเมื่อสมมติฐานแย้งคือ $H_1 : \mu = \mu_1 \neq \mu_0$ กำหนดให้ μ_0 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 ซึ่ง p จะเป็นค่าใดๆ ที่ไม่เท่ากับ 0.50 การหาขนาดตัวอย่างของทั้งสองแบบนี้ มีวิธีการหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดเช่นเดียวกับกรณีของการทดสอบสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu = \mu_1 > \mu_0$

2. การทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม ในกรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ และขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน $n_1 = n_2 = n$ ในการทดสอบซึ่งมีสมมติฐานว่าง คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ เมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบให้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α เมื่อสมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง และมากกว่าหรือเท่ากับ $1-\beta$ ในกรณีที่สมมติฐาน H_1 เป็นจริง จะมีวิธีการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงดังนี้

พิจารณาสถิติทดสอบคือ $T_{2n-2} = \dfrac{\sqrt{n}\left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)\right]}{s_p\sqrt{2}}$

เมื่อ $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$

โดยที่ $S_1 = \sqrt{\dfrac{\sum(\bar{x}_1 - \mu_1)^2}{n_1-1}}$

และ $S_2 = \sqrt{\dfrac{\sum(\bar{x}_2 - \mu_2)^2}{n_2-1}}$

เมื่อ $n_1 = n_2$ จะได้ $S_p = \sqrt{\dfrac{s_1^2 + s_2^2}{2}}$

ในการทดสอบสมมติฐานจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $T_{2n-2} > t_{2n-2\,;\,\alpha}$

เมื่อ $t_{2n-2\,;\,\alpha}$ คือควอนไทล์ส่วนบนที่ α ของการแจกแจงแบบ t ด้วยองศาอิสระเท่ากับ 2n-2

ภายใต้เงื่อนไขสมมติฐาน H_1 เป็นจริงจะได้ว่า T_{2n-2} มีการแจกแจงแบบ Non-Central t

โดยมี Noncentrality Parameter $\delta = \dfrac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_2)}{\sigma\sqrt{2}}$

เมื่อกำหนดให้ μ_2 เป็นควอนไทล์ที่ p ($p < 0.50$) ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 และเนื่องจาก $\mu_1 > \mu_2$ จะได้ว่า $\dfrac{(\mu_2 - \mu_1)}{\sigma} = Z_p$

ดังนั้น $\delta = -Z_p\sqrt{\dfrac{n}{2}}$

ซึ่งจะได้ $n = 2\left(\dfrac{\delta}{z_p}\right)^2$

และเช่นเดียวกันกับในกรณีประชากร 1 กลุ่ม เมื่อกำหนดค่าของควอนไทล์ที่ p ระดับความมีนัยสำคัญ (α) และอำนาจการทดสอบเท่ากับ (1-β) จะสามารถหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงโดยวิธีการทำซ้ำ (iteration) ระหว่างค่า n และ δ โดยใช้ตารางของ Owen (1965) จนค่าของ n เข้าสู่ค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งจึงหยุด

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรหลายกลุ่ม ซึ่งมีสมมติว่าง $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_r$ และมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ สำหรับบางค่าของ $i \neq j, j = 1, 2, \ldots, r$ โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ F มีเงื่อนไขในการทดสอบคือ การสุ่มตัวอย่างแต่ละชุดต้องสุ่มอย่างเป็นอิสระกัน สุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และ ความแปรปรวนของแต่ละประชากรต้องเท่ากัน ในการทดสอบสมมติฐานจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_{r-1,n-r} > F_{r-1,n-r\ ;\ \alpha}$ ภายใต้เงื่อนไขสมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง ตัวสถิติทดสอบ F จะมีการแจกแจงแบบ Non-Central F โดยมี Non-Centrality Parameter $\phi = \left[\frac{n}{r} \sum_{j=1}^{r} (\mu_j - \mu)^2 \right]^{\frac{1}{2}} / \sigma$ เมื่อ n คือขนาดตัวอย่าง r คือจำนวนกลุ่มประชากร μ_j คือค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่ j μ คือค่าเฉลี่ยรวมของประชากรทุกกลุ่ม σ คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

Guenther (1977 : 117-118) ได้เสนอวิธีการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร กรณีที่ไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_r^2$ และขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน ในการทดสอบสมมติฐานซึ่งมีสมมติฐานว่าง คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_r$ และมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ สำหรับบางค่าของ $i \neq j, j = 1, 2, \ldots, r$ เมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบ กำหนดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่แตกต่างกันในรูปควอนไทล์ที่ p และกำหนดให้สมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง วิธีการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสามารถหาได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สมมติว่าต้องการหาขนาดของตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 4 กลุ่ม (r=4) ซึ่งแต่ละกลุ่มมีขนาดตัวอย่าง (n) เริ่มต้นเท่ากับ 10 เมื่อกำหนดระดับความมีนัยสำคัญที่ (α) เท่ากับ 0.05 และอำนาจการทดสอบ (1 - β) เท่ากับ 0.90 และกำหนดให้ควอนไทล์ที่ p = 0.20 ขนาดตัวอย่างที่แท้จริงหาได้ดังนี้

สมมติฐานว่างคือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

สมมติฐานแย้งคือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \neq \mu_4$

กำหนดให้ μ_4 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

เมื่อสมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริงตัวสถิติทดสอบ F จะมี Non-Centrality Parameter

$$\phi = \left[\frac{n}{r} \sum_{j=1}^{r} (\mu_j - \mu)^2 \right]^{\frac{1}{2}} / \sigma, \quad \mu = \sum_{j=1}^{r} \mu_j / r$$

เมื่อกำหนด p = 0.20 ดังนั้น $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3, (\mu_4 - \mu_1)/\sigma = Z_{0.20}$

$$\mu = \mu_1 + Z_{0.20}(\sigma/4)$$

$$\sum_{j=1}^{4} (\mu_j - \mu)^2 = 3\sigma^2 Z_{0.20}^2 / 4$$

$$\phi = [30 Z_{0.20}^2 / 16]^{1/2} = 1.153$$

อ่านค่าอำนาจการทดสอบโดยใช้ค่า ϕ , ν_2 จากแผนภูมิของ Pearson and Hartley อำนาจการทดสอบที่ได้มากกว่า 0.40 เล็กน้อย

เมื่อกำหนดให้อำนาจการทดสอบอย่างน้อย 0.90 เมื่อสมมติฐานแย้งเป็นจริง คำนวณขนาดตัวอย่างได้จาก

$$n = \left[\sigma^2 \Big/ \sum_{j=1}^{4} (\mu_j - \mu)^2 \right] r\phi^2$$

ดังนั้น $n = 16\phi^2/3Z^2_{0.20} = 7.523\phi^2$ องศาอิสระ $\nu_2 = n_c r - r$, $n_c = (\nu_2/r) + 1$

เมื่อกำหนด $\nu_2 = \infty$, $n_c = \infty$ ค่า $\phi = 1.882$

สามารถคำนวณขนาดตัวอย่างได้ $n = 26.6 < \infty = n_c$

เมื่อกำหนด $\nu_2 = 60$, $n_c = 16$ ค่า $\phi = 1.945$

สามารถคำนวณขนาดตัวอย่างได้ $n = 28.5 > 16 = n_c$

เมื่อกำหนด $\nu_2 = 100$, $n_c = 26$ ค่า $\phi = 1.920$

สามารถคำนวณขนาดตัวอย่างได้ $n = 27.7 > 26 = n_c$

เมื่อกำหนด $\nu_2 = 120$, $n_c = 31$ ค่า $\phi = 1.914$

สามารถคำนวณขนาดตัวอย่างได้ $n = 27.6 < 31 = n_c$

ดังนั้น $27.6 \leq n \leq 27.7$ และ $n = 28$ จึงเป็นขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด วิธีของ Guenther (1977) ที่ผู้วิจัยใช้จะกำหนดอำนาจการทดสอบไว้ก่อน สามารถเลือก n_c และ ϕ และทำซ้ำระหว่าง n_c และ ϕ จะกระทั่ง $n_c < n$

Ott (1984 : 119-120) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม ในกรณีทราบความแปรปรวนของประชากร เมื่อมีสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = \mu_0$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu = \mu_1$ สามารถประมาณขนาดตัวอย่าง (n) ได้จาก

$$n \geq \left[(z_\alpha + z_\beta)/\theta\right]^2$$

โดยที่ $\theta = (\mu_1 - \mu_0)/\sigma$

และ Z_α , Z_β เป็นค่าควอนไทล์ส่วนบนที่ α และ β ของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานตามลำดับ

Fleiss (1986 : 369 - 370) ได้เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีทราบความแปรปรวนของประชากร เมื่อมีสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ และสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ โดยสมมติให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร คือ $\delta = \mu_1 - \mu_2$ โดยที่ความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน ซึ่งแต่เดิมการหาขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบทางเดียวในกรณีเช่นนี้ คือ

$$n^* = \frac{2\sigma_T^2\left(Z_\alpha + Z_\beta\right)}{\delta^2}$$

เมื่อ $\sigma^2_T = \sigma^2_1 = \sigma^2_2$

Fliess เสนอให้นำเอาความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) ในการวัดเข้ามาพิจารณา แล้วขนาดตัวอย่างจะมีขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งหาขนาดตัวอย่างได้จาก

$$n = \frac{2(\sigma_T^2 + \sigma_e^2)(Z_\alpha + Z_\beta)^2}{\delta^2}$$

เมื่อ $\delta = \mu_1 - \mu_2$

σ_e^2 คือความคลาดเคลื่อนสุ่ม และ Z_α , Z_β เป็นค่าของควอนไทล์ส่วนบนที่ α และ β ของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานตามลำดับ

Kleinbaum, Kupper and Muller (1988 : 31 - 34) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีทราบความแปรปรวนและความแปรปรวนทั้งสองกลุ่มเท่ากับ σ^2 เมื่อสมมติฐานคือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เทียบกับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากันจากประชากรที่เป็นอิสระกัน สามารถประมาณขนาดตัวอย่างได้โดย

$$n \geq \frac{2(Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta})^2 \sigma^2}{\Delta^2}$$

โดยที่ $\Delta = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$

และ Z_α , Z_β เป็นค่าของควอนไทล์ที่ α และ β ของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานตามลำดับ

Montgomery (1991 : 110 - 114) เสนอการประมาณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากัน จากประชากรที่เป็นอิสระกันและมีความแปรปรวนเท่ากัน เท่ากับ σ^2 มีขั้นตอนการประมาณขนาดตัวอย่างตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานว่างและสมมติฐานแย้งในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

3. กำหนดค่า ϕ^2 ($\phi^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{r}\tau_i^2}{r\sigma^2}$, $\tau_i = \mu_i - \bar{\mu}$)

4. กำหนด n = r-1 (r คือจำนวนกลุ่มของตัวอย่าง)

5. คำนวณค่า ϕ^2

6. คำนวณค่า ϕ

7. คำนวณค่า $\nu_2 = r(n-1)$

8. จากค่า ϕ ในข้อ 6, ν_1, ν_2 อ่านค่า β จาก chart ของ Montgomery (1991)

9. คำนวณค่าอำนาจการทดสอบ , อำนาจการทดสอบ = 1- β

10. ถ้าค่าอำนาจการทดสอบยังไม่ใกล้กับ 1 เพิ่ม n จากที่กำหนดในข้อ 4 ทีละ 1

11.ทำซ้ำขั้นที่ 3–8 จะกระทั่งค่าอำนาจการทดสอบใกล้ 1 ค่า n ที่กำหนดในขั้นที่ 8 ค่าสุดท้ายคือขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม

Browne (2001 : 293 - 298) เสนอสูตรการประมาณขนาดตัวอย่างกรณีไม่ทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (s) ที่ใช้ประมาณ σ ในการคำนวณขนาดตัวอย่าง และใช้พิสัยตัวอย่าง (R) หารด้วยค่าคงที่ต่างๆ (K) ไปประมาณ σ เพื่อหลีกเลี่ยงผลลัพธ์ที่ให้กำลังการทดสอบต่ำเกินไป ในการประมาณต้องมีความน่าจะเป็นที่ค่าประมาณ (R/K) มากกว่า σ งานวิจัยนี้แสดงค่าความน่าจะเป็นต่างๆ ที่ตัวประมาณ R/4, R/6 และ R/standardized mean range มากกว่า σ สำหรับ various parent distributions และช่วงของขนาดตัวอย่างต่างๆ และพบว่าความน่าจะเป็นดังกล่าวค่อนข้างต่ำในหลายการแจกแจงและหลายขนาดตัวอย่าง ตลอดจนตัวส่วน K ต่างๆ ที่ทำให้ความน่าจะเป็นของ R/K มากกว่าหรือเท่ากับ σ อย่างน้อยร้อยละ 95

ยุพิน สีสม (2543) เสนอตารางสำเร็จรูป สำหรับหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม และ 2 กลุ่ม เมื่อกำหนด Noncentrality Parameter และอำนาจการทดสอบ ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม กรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร

สำหรับการทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu = \mu_0$ โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_0$ เมื่อพิจารณา $T = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)}{S}$ โดยที่ $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ ภายใต้เงื่อนไขสมมติฐาน H_1 เป็นจริง จะได้ว่า T มีการแจกแจงแบบ Non-Central t โดยมี Noncentrality Parameter $\delta = \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma}$ ถ้ากำหนดให้ μ_0 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย คือ μ_1 แล้วจะได้ว่า $\frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma} = Z_p$ ดังนั้นค่า Noncentrality Parameter ในเทอมของขนาดตัวอย่างโดยไม่ทราบค่า σ คือ $\delta = -Z_p\sqrt{n}$

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม กรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร การทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ พิจารณาสถิติทดสอบ $T = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{2}}$ โดยที่ $S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n - 2}}$ เมื่อความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างของทั้งสองกลุ่มเท่ากัน ภายใต้เงื่อนไปสมมติฐาน H_1 เป็นจริง T มีการแจกแจงแบบ Non-Central t โดยมี Noncentrality Parameter $\delta = \frac{\sqrt{n(\mu_1 - \mu_2)}}{\sigma\sqrt{2}}$ เมื่อกำหนดให้ μ_2 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 แล้วจะได้ว่า $\frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma} = Z_p$ ดังนั้นจึงสามารถเขียนค่า Noncentrality Parameter ในเทอมของขนาดตัวอย่างได้เป็น $\delta = -Z_p\sqrt{\frac{n}{2}}$ โดยอาศัยแนวความคิดการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด Guenther (1977) เมื่อกำหนดค่าควอนไทล์ที่ p ระดับความมีนัยสำคัญ (α) จะสามารถหาขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม และ 2 กลุ่มได้โดยการทำซ้ำ (Iteration) ระหว่างค่า n และ δ จากตารางของ Owen (1965)

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการสร้างตารางสำเร็จรูปเพื่อหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มขึ้นไป โดยดำเนินการตามแนวความคิดของ Guenther (1977) ซึ่งยังไม่ได้เสนอผลลัพธ์ของขนาดตัวอย่าง ในงานวิจัยนี้จึงวางแผนการวิจัยเพื่อการคำนวณขนาดตัวอย่างโดยมีรายละเอียดวิธีการดำเนินการดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดสมมติฐานว่าง H_0 ในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร r กลุ่ม เมื่อ r = 3, 4, 5

2. กำหนดสมมติฐานแย้ง H_1 ในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร r กลุ่ม เมื่อ r = 3, 4, 5

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.01 และ 0.05

4. กำหนดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรให้อยู่ในรูปควอนไทล์เท่ากับ 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 และ 0.45 โดยให้ μ_i , $i > 2$ เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_1

5. กำหนดค่าอำนาจการทดสอบที่ต้องการ เมื่อสมมติแย้ง H_1 เป็นจริง เท่ากับ 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95 และ 0.99

6. กำหนดค่า $n = \left[\sigma^2 \Big/ \sum_{j=1}^{r} (\mu_j - \mu)^2 \right] r\phi^2$, $\mu = \sum_{j=1}^{r} \mu_j / r$, r = 3, 4, 5

7. กำหนด $\nu_2 = 15$, $n_c = (\nu_2/r)+1$ โดยที่ r แทนจำนวนกลุ่ม

8. จากค่าอำนาจการทดสอบที่กำหนด, ν_2 และ n_c สามารถอ่านค่า ϕ จากแผนภูมิของ Pearson and Hartley แล้วคำนวณค่า n จากสูตรในข้อ 6

9. พิจารณาค่า n ที่คำนวณจากข้อ 6 ถ้าน้อยกว่า n_c ที่คำนวณจากข้อ 7 ให้กำหนด ค่าใหม่โดยให้ $\nu_2 = 30$, $n_c = (\nu_2/r)+1$

10.อ่านค่า ϕ จากแผนภูมิของ Pearson and Hartley โดยใช้ค่า ϕ กับ ν_2 แล้วคำนวณค่า n จากสูตรในข้อ 6

11.พิจารณาค่า n ที่คำนวณในข้อ 10 ถ้ามากกว่าค่า n_c ที่คำนวณในข้อ 9 ให้กำหนด ν_2 ใหม่โดยที่เพิ่มค่า ν_2 ครั้งละ 15 และคำนวณ n_c ตามสูตร $n_c = (\nu_2/r)+1$

12.ทำซ้ำขั้น 9 – 11 จนกระทั่งค่า n ที่คำนวณในข้อ 10 น้อยกว่าค่า n_c ที่คำนวณในข้อ 11 นำค่า n สุดท้ายในข้อ 11 ปัดเศษขึ้น จะได้ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด

จากขั้นตอนการคำนวณขนาดตัวอย่างทั้ง 12 ขั้นตอนของงานวิจัยนี้ สามารถแสดงการคำนวณขนาดตัวอย่างภายใต้ประชากร 3 – 5 กลุ่ม ดังนี้

การคำนวณค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3 กลุ่ม

การคำนวณค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3 กลุ่ม การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3 กลุ่ม มีสมมติฐานว่าง H_0 และสมมติฐานแย้ง H_1 คือ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$$

ขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดตามแนวความคิดของ Guenther (1977) ซึ่งจะมีวิธีการทำซ้ำจนกว่าจะได้ขนาดตัวอย่างที่มีค่าคงที่ ซึ่งค่าดังกล่าวนี้จะเป็นขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด ที่สอดคล้องกับระดับความมีนัยสำคัญ (α) อำนาจการทดสอบ ($1 - \beta$) และควอนไทล์ Z_p ตามที่ต้องการ รายละเอียดจำนวนขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด แสดงในตารางที่ 1 – 2

การหาค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 4 กลุ่ม

การหาค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร4 กลุ่มการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 4 กลุ่ม มีสมมติฐานว่าง H_0 และสมมติฐานแย้ง H_1 คือ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

$$H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \neq \mu_4$$

สามารถหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดตามแนวความคิดของ Guenther (1977) ซึ่งจะมีวิธีการทำซ้ำจนกว่าจะได้ขนาดตัวอย่างที่มีค่าคงที่ ซึ่งค่าดังกล่าวนี้จะเป็นขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด ที่สอดคล้องกับระดับความมีนัยสำคัญ (α) อำนาจการทดสอบ (1 - β) และควอนไทล์ Z_p ตามที่ต้องการ รายละเอียดจำนวนขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด แสดงในตารางที่ 3 – 4

การหาค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 5 กลุ่ม

การหาค่าขนาดตัวอย่างที่แท้จริง สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร5 กลุ่ม การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 5 กลุ่ม มีสมมติฐานว่าง H_0 และสมมติฐานแย้ง H_1 คือ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

$$H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \neq \mu_5$$

สามารถหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดตามแนวความคิดของ Guenther (1977) ซึ่งจะมีวิธีการทำซ้ำจนกว่าจะได้ขนาดตัวอย่างที่มีค่าคงที่ ซึ่งค่าดังกล่าวนี้จะเป็นขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุด ที่สอดคล้องกับระดับความมีนัยสำคัญ (α) อำนาจการทดสอบ (1 - β) และควอนไทล์ Z_p ตามที่ต้องการ รายละเอียดจำนวนขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด แสดงในตารางที่ 5 – 6

ทางเลือกการคำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดโดยใช้โปรแกรมแทนการคำนวณด้วยมือ

ผู้วิจัยได้พัฒนาโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด เพื่อเพิ่มความสะดวกและลดเวลาในการคำนวณ ซึ่งโปรแกรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการใช้โปรแกรม แสดงไว้ในภาคผนวก ก

บทที่ 4

ผลการวิจัย

จากขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยได้ผลการวิจัยเป็นตารางซึ่งแสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดจำนวน 6 ตาราง คือ ตารางที่ 1 – 6 ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 3 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตารางที่ 2 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 3 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตารางที่ 3 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 4 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตารางที่ 4 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 4 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตารางที่ 5 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 5 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตารางที่ 6 แสดงขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร 5 กลุ่มซึ่งมีระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ทุกตารางข้างต้นทำภายใต้อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ ซึ่งมีค่าระหว่าง 0.50 – 0.99 และความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยในรูปควอนไทล์ที่ p โดยที่ p มีค่าระหว่าง 0.10 – 0.90

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3-5 กลุ่ม ผลจากตารางทั้ง 6 ตารางพบว่า ขนาดตัวอย่างที่คำนวณได้มีค่ามากขึ้น ถ้าค่า p มีค่าใกล้ 0.50 และพบว่าขนาดตัวอย่างที่คำนวณได้แปรผันไปกับอำนาจการทดสอบ กล่าวคือเมื่ออำนาจการทดสอบมากขึ้นขนาดตัวอย่างที่คำนวณได้จะมีค่ามากขึ้นด้วย

ตารางที่ 1 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 3 กลุ่ม เมื่อ μ_3 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$ โดยกำหนด $\alpha = 0.01$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	7	8	8	9	10	11	13	15	16	20	25
0.15, 0.85	12	13	13	15	17	18	20	21	26	29	38
0.20, 0.80	17	19	21	23	25	27	30	32	37	42	58
0.25, 0.75	28	30	33	37	40	44	48	52	59	69	94
0.30, 0.70	47	51	56	62	67	73	78	86	98	115	153
0.35, 0.65	88	96	104	113	124	129	143	157	181	212	282
0.40, 0.60	204	222	240	262	287	298	331	362	418	489	653
0.45, 0.55	828	903	975	1061	1163	1209	1342	1468	1696	1986	2650

ตารางที่ 2 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 3 กลุ่ม เมื่อ μ_3 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$ โดยกำหนด $\alpha = 0.05$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	5	5	6	6	7	8	8	9	11	13	17
0.15, 0.85	7	7	8	9	10	12	13	14	16	19	26
0.20, 0.80	10	11	12	13	15	17	19	21	24	29	39
0.25, 0.75	15	17	19	21	23	27	29	33	37	45	61
0.30, 0.70	25	27	31	34	38	44	48	54	61	74	100
0.35, 0.65	46	50	57	62	71	81	88	99	112	137	185
0.40, 0.60	107	115	132	144	162	187	203	228	259	316	428
0.45, 0.55	431	467	535	583	659	757	824	923	1050	1281	1738

ตารางที่ 3 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 4 กลุ่ม เมื่อ μ_4 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \neq \mu_4$ โดยกำหนด $\alpha = 0.01$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	8	9	10	11	12	13	14	16	17	21	27
0.15, 0.85	13	14	15	17	18	20	21	24	26	32	41
0.20, 0.80	19	21	23	25	27	29	32	36	39	48	62
0.25, 0.75	30	32	35	39	42	46	49	56	61	74	96
0.30, 0.70	49	53	58	64	69	75	81	92	100	122	159
0.35, 0.65	90	98	107	118	127	138	150	170	186	225	292
0.40, 0.60	208	227	246	273	294	320	346	392	425	520	675
0.45, 0.55	843	919	999	1106	1194	1297	1405	1590	1725	2110	2742

ตารางที่ 4 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 4 กลุ่ม เมื่อ μ_4 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \neq \mu_4$ โดยกำหนด $\alpha = 0.05$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	5	6	6	7	8	9	10	11	12	14	18
0.15, 0.85	8	9	10	10	12	13	15	17	18	22	28
0.20, 0.80	12	13	14	15	18	20	22	25	28	34	42
0.25, 0.75	18	20	21	22	28	31	34	38	43	52	65
0.30, 0.70	30	33	35	37	45	50	56	63	70	86	108
0.35, 0.65	55	61	65	69	83	92	103	117	129	159	199
0.40, 0.60	126	141	151	156	192	213	238	270	300	367	459
0.45, 0.55	511	570	616	634	780	865	965	1094	1219	1489	1865

ตารางที่ 5 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 5 กลุ่ม เมื่อ μ_5 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \neq \mu_5$ โดยกำหนด $\alpha = 0.01$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	10	10	11	12	13	14	15	16	17	20	51
0.15, 0.85	14	15	16	17	19	20	22	24	26	31	77
0.20, 0.80	21	22	24	26	28	30	33	36	40	46	115
0.25, 0.75	32	33	36	39	43	46	51	55	61	71	179
0.30, 0.70	52	54	59	64	70	74	83	91	100	118	295
0.35, 0.65	94	99	108	115	124	132	154	169	184	214	546
0.40, 0.60	217	228	250	266	285	305	356	390	426	493	1262
0.45, 0.55	879	926	1013	1077	1157	1240	1444	1583	1728	2003	5127

ตารางที่ 6 ขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุด สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ในกรณีประชากร 5 กลุ่ม เมื่อ μ_5 เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 โดยมีสมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \neq \mu_5$ โดยกำหนด $\alpha = 0.05$ จำแนกตามค่าของอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ และควอนไทล์ที่ค่า p ต่างๆ

p	อำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$										
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.99
0.10, 0.90	6	7	8	8	9	10	11	13	15	18	24
0.15, 0.85	9	10	11	12	14	16	17	19	22	27	36
0.20, 0.80	14	15	17	19	21	24	26	29	33	40	54
0.25, 0.75	21	23	26	29	32	37	40	45	51	62	84
0.30, 0.70	35	38	43	47	53	61	66	74	84	103	139
0.35, 0.65	64	69	79	87	98	112	122	137	156	190	257
0.40, 0.60	148	160	183	200	225	259	282	316	359	438	594
0.45, 0.55	599	649	743	809	914	1051	1144	1282	1459	1778	2414

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงเมื่อกำหนดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรและอำนาจการทดสอบ มีวัตถุประสงค์คือหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดตามการกำหนดค่าของอำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) ระดับความมีนัยสำคัญ (α) (ซึ่งเป็นสมมติฐานภายใต้ H_1 เป็นจริง) เมื่อกำหนดให้ μ_i, $i > 2$ เป็นควอนไทล์ที่ p ของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยคือ μ_1 การหาขนาดตัวอย่างดังกล่าวนี้ โดยดำเนินการตามแนวคิดของ Guenther (1977) คือการทดสอบสมมติฐานของการทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3-5 กลุ่ม ซึ่งมีสมมติฐานว่างคือ H_0 : ค่าเฉลี่ยของทุกประชากรเท่ากัน H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่มีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน ภายใต้สมมติฐานแย้ง H_1 เป็นจริง F_{n-1} จะมีการแจกแจงแบบ Non-central F โดยมี Noncentrality Parameter $\phi = \left[\frac{n}{r}\sum_{j=1}^{r}(\mu_j - \mu)^2\right]^{\frac{1}{2}} / \sigma$ ซึ่งสามารถคำนวณขนาดตัวอย่างได้จากสูตร

$$n = \left[\sigma^2 \Big/ \sum_{j=1}^{r}(\mu_j - \mu)^2\right] r\phi^2$$

โดยที่ r = 3, 4, 5

การคำนวณขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดของงานวิจัยนี้ได้จากการทำซ้ำ (iteration) ค่าระหว่าง n กับ ϕ ซึ่งใช้ค่าจากแผนภูมิของ Pearson and Hartley จนได้ค่าขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมตามค่าควอนไทล์ที่ p ที่กำหนด โดยพิจารณาเป็นกรณีๆ ดังนี้ คือ

1. สมมติฐานว่างในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

สมมติฐานแย้งในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3$

2. สมมติฐานว่างในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

สมมติฐานแย้งในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \neq \mu_4$

3. สมมติฐานว่างในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$

สมมติฐานแย้งในการทดสอบ คือ $H_1 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \neq \mu_5$

ซึ่งในการศึกษาจะกำหนดค่าควอนไทล์ที่ p เป็นค่า 0.10 - 0.45 หรือ 0.90 – 0.55 ระดับความมีนัยสำคัญที่ 0.05 กับ 0.01 และอำนาจการทดสอบเป็น 0.50 – 0.99

สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3-5 กลุ่ม จากการวิจัยพบว่าขนาดตัวอย่างที่คำนวณได้จะมีค่ามาก ถ้า p มีค่าใกล้ 0.50 และขนาดตัวอย่างที่คำนวณได้จะผันแปรไปกับอำนาจการทดสอบ กล่าวคือถ้าต้องการให้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยนั้นมีอำนาจการทดสอบสูงก็จะต้องใช้ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นตามขนาดของอำนาจการทดสอบที่สนใจดังแสดงในตารางที่ 1 - 6

ข้อเสนอแนะสำหรับการใช้ตาราง

ขนาดตัวอย่างที่แสดงในตารางสำเร็จรูป ใช้ในกรณีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 3-5 กลุ่ม ในการทดสอบผู้วิจัยไม่สามารถทราบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม แต่ก็อาจคาดเดาได้ว่า ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรควรมีค่าควอนไทล์เท่าใด ของการแจกแจงแบบปกติโดยการคาดเดาข้อมูลที่หาได้จากธรรมชาติของเรื่องที่ศึกษาว่าค่าเฉลี่ยควรห่างจากกันเท่าไร จึงสามารถกำหนดค่า p ได้ ซึ่งจะทำให้ประมาณช่วงของค่าควอนไทล์ที่ p ได้ และเมื่อทราบช่วงของควอนไทล์ที่ p จึงสามารถเปิดตารางสำเร็จรูปหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงที่น้อยที่สุดที่สอดคล้องกับระดับความมีนัยสำคัญ (α) และอำนาจการทดสอบ ($1-\beta$) ที่กำหนดในการทดสอบสมมติฐานนั้น

ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าของประชากร 3-5 กลุ่ม ซึ่งเป็นการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติด้วยการทดสอบแบบ F (F-test) กรณีที่ขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มเท่ากัน ในการทดสอบสมมติฐานกำหนดค่าของระดับความมีนัยสำคัญ (α) อำนาจ

การทดสอบ (1-β) และค่าควอนไทล์ที่ p ต่าง ๆ ซึ่งค่าที่ที่กำหนดเป็นค่าที่นิยมใช้ในการทดสอบสมมติฐานโดยทั่วไป แต่การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยบางกรณีต้องใช้ค่าต่าง ๆ นอกเหนือจากที่กำหนดในการวิจัยนี้ เช่น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงโดยกำหนดความแปรปรวนของแต่ละประชากรให้แตกต่างกันระหว่างประชากร และอาจศึกษา ณ ระดับความมีนัยสำคัญหรืออำนาจการทดสอบที่แตกต่างจากงานวิจัยนี้เพิ่มเติมต่อไป

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

นวรัตน์ มีจันทร์, ปราณี นิลกรณ์, ไพบูลย์ รัตนประเสริฐ, ไพโรจน์ ขาวสิทธิวงศ์, สุดา ตระการเถลิงศักดิ์, ศศิประภา หิริโอตป์, วัฒนา เกาศัลย์, และวีรานันท์ พงศาภักดี. การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for Windows . นครปฐม : มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2541.

ไพบูลย์ รัตนประเสริฐ. ระเบียบวิธีสถิติ . นครปฐม : มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2539.

ยุพิน สีสม. “การหาขนาดตัวอย่างที่แท้จริงเมื่อกำหนด Noncentrality Parameter และอำนาจการทดสอบ.” วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2543.

วัฒนา เกาศัลย์. ทฤษฎีสถิติ 1 . นครปฐม : มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2533.

วีรานันท์ พงศาภักดี. แผนแบบและการวิเคราะห์การสำรวจ . นครปฐม : มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2533.

สุชาดา กีระนันทน์. ทฤษฎีและการสำรวจด้วยตัวอย่าง . กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ภาษาต่างประเทศ

Browne, Richard H. “Using the Sample Range as a Basis for Calculating Sample Size in Power Calculations.” The American Statistician 55 , 4 (2001) : 293-298.

Fleiss, J.L. The design and analysis of Clinical Experiment . New York : John Wiley & Son, 1986.

Guenther, W.C. “Power and Sample Size Determination when the Alternative Hypothesis are Given in Terms of Quantiles.” The American Statistician 31 , 3 (1977) : 117–118 .

Hald, A. Statistical Theory With Engineering Application . New York : John Wiley, 1952.

Kleinbaum, David G. , lawrence L. Kuppe , and Keith E. Muller. Applied Regression Analysis and Other Multivariable Methods . Boston : PWS–KENT Press, 1988.

Montgomery, Douglas C. Design and Analysis of Experiments . New York : John Wiley & Sons, 1991.

Neter, John , William Wasserman , and Micheal H. Kutner. Applied Linear Statistical Models . Homewood and Boston : Irwin, 1990.

Odeh, Robert E. , and Martin Fox. Sample Size Chioce . New York : Marcel Dekker, 1975.

Ott, L. An Introduction to statistical Methods and Data Analysis . Boston : Duxbury Press, 1984.

Owen, D.B. "The Power of Student's T-Test." Journal of the American Statistical Association 60 (1965) : 320-333.

Patel, Jagdish K. , C.H. Kapadia , and D.B. Owen. Handbook of Statistical Distributions . New York and Basel : Dekker, 1976.

Pearson, E.S. , and H.O. Hartley. "Chart of the Power Function for Analysis of Variance Tests, Derived from the Non–Central F–Distribution." Biometrica 38 (1951) : 112–130.

Scheffe′, H.A. The Analysis of variance . New York : John Wiley & Sons, 1959.

ภาคผนวก ก

โปรแกรมที่ใช้คำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่มเมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์

โปรแกรมที่ใช้คำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร
มากกว่า 2 กลุ่มเมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์

```
MACRO
choopol VAL NVB PHI
#
#
#คำสั่งเรียกใช้ %thesis.txt  x.xxx (ใส่ค่า VAL ของแต่ละการกำหนด) c1 c2
#อธิบายความหมายของตัวแปรต่างๆ ดังนี้
#c1 คือคอลัมน์ของค่า NVB
#c2 คือคอลัมน์ของค่า PHI
#VAL คือค่า [σ²/Σ(μ_j − μ)²]r  จากสมการ  n = [σ²/Σ(μ_j − μ)²]rφ²
#NVB คือค่า n ที่คำนวณจากค่า V2
#PHI คือค่า φ ที่เปิดจาก chart ของ Pearson and Hartley (1951)
# NPHI คือค่า nc ที่คำนวณจากค่า PHI
#
#
MCONSTANT VAL NPHI  I
MCOLUMN NVB PHI
#
DO I = 1:20
        let NPHI = VAL*PHI(I)*PHI(I)
#
        IF NVB(I) > NPHI
                PRINT NPHI
                STOP.
        ENDIF
```

```
#
ENDDO
#
ENDMACRO
```

ตารางที่ 7 ค่า VAL หรือ $\left[\sigma^2 \Big/ \sum_{j=1}^{4}(\mu_j - \mu)^2\right] r$ จากสมการ $n = \left[\sigma^2 \Big/ \sum_{j=1}^{4}(\mu_j - \mu)^2\right] r\phi^2$ ที่ใช้ในโปรแกรมคำนวณขนาดตัวอย่างที่น้อยที่สุดเมื่อกำหนดอำนาจการทดสอบและสมมติฐานแย้งในรูปควอนไทล์

Quantile	3 Groups	4 Groups	5 Groups
.10	2.739	3.246	3.804
.15	4.188	4.964	5.817
.20	6.354	7.523	8.825
.25	9.890	11.720	13.736
.30	16.363	19.393	22.727
.35	30.303	35.914	42.087
.40	70.093	83.673	97.352
.45	284.810	337.552	395.569

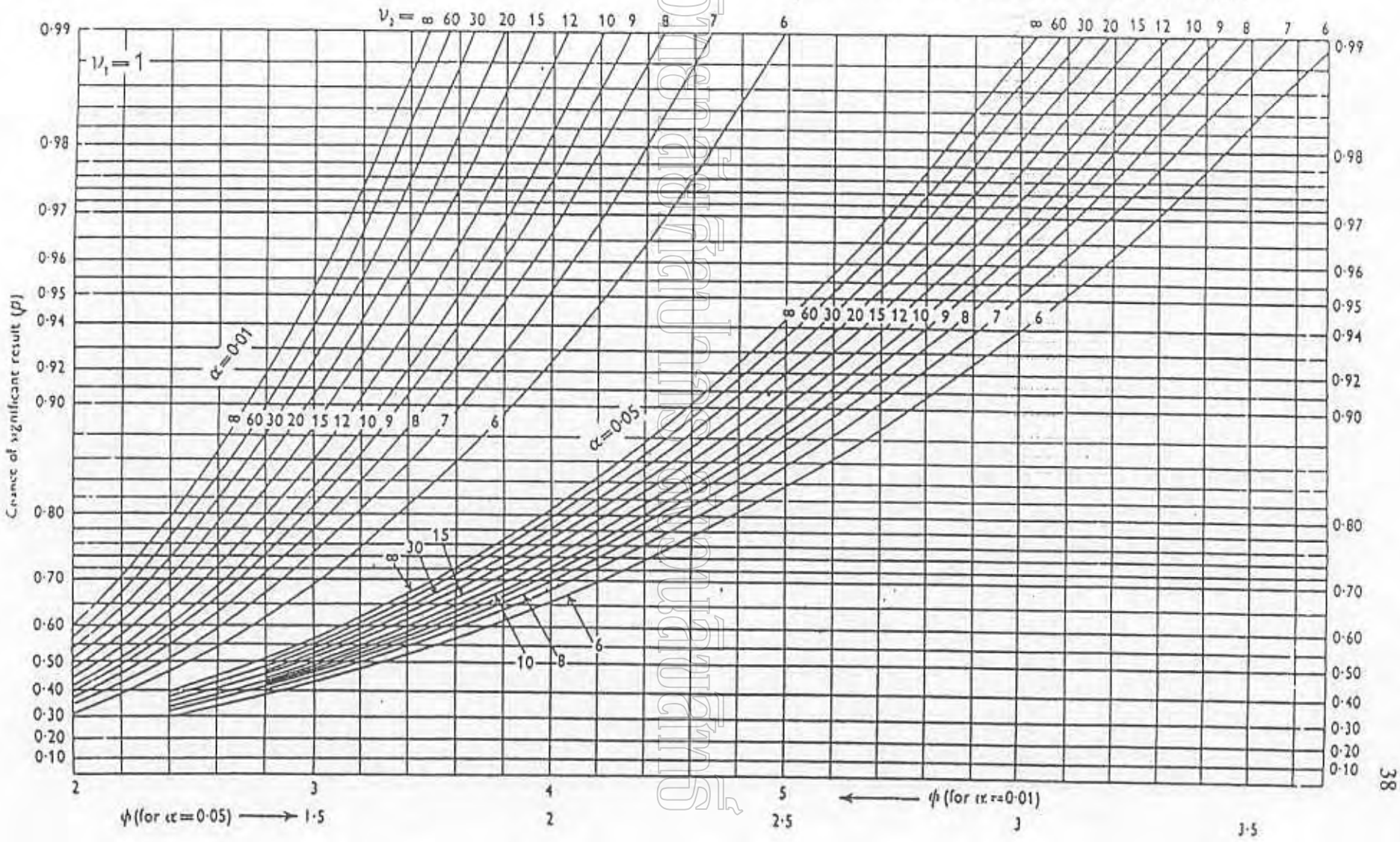
ภาคผนวก ข

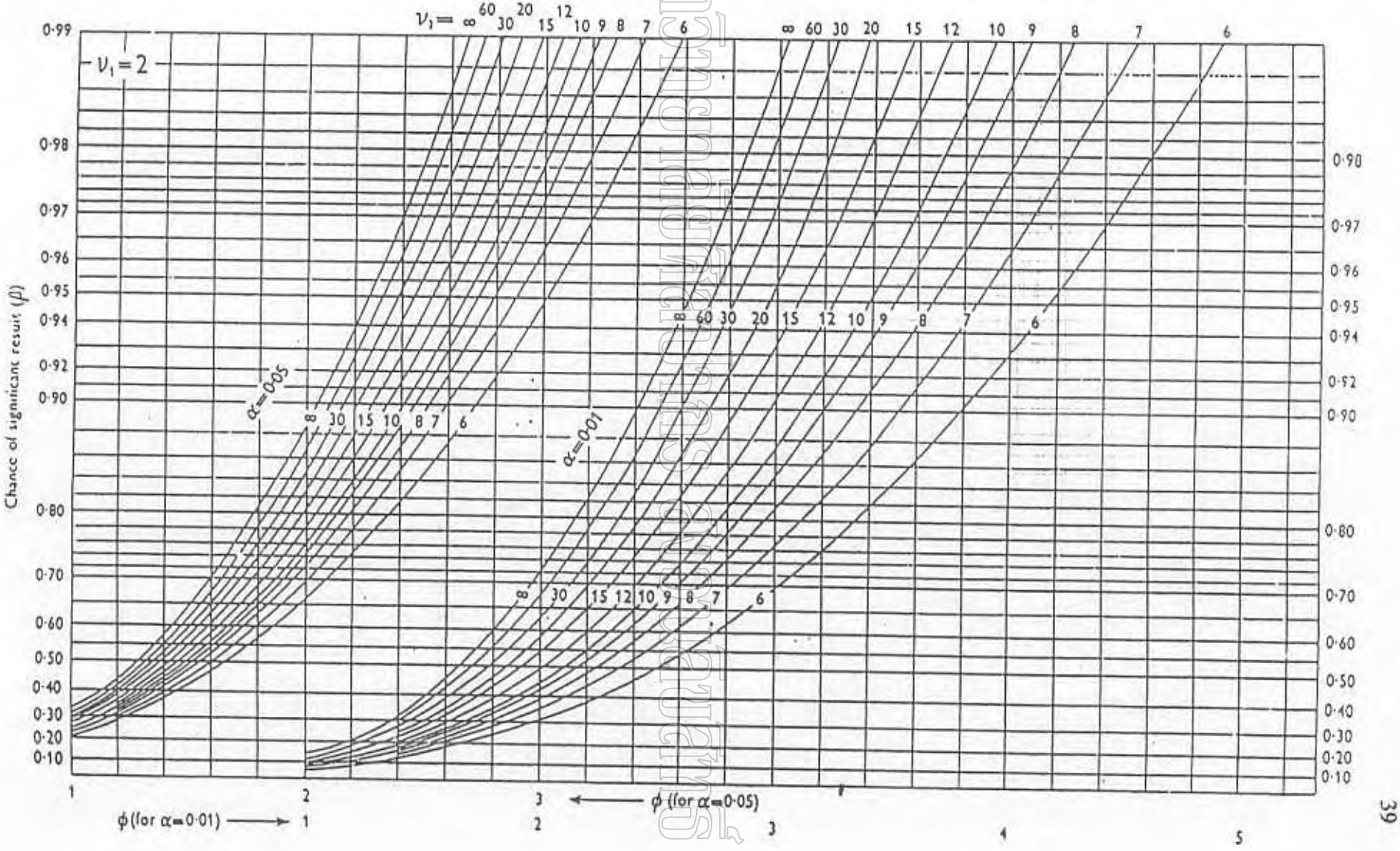
แผนภูมิกำลังการทดสอบ (Charts of the power function for analysis of variance tests, derived form the Non-Central F-distribution)

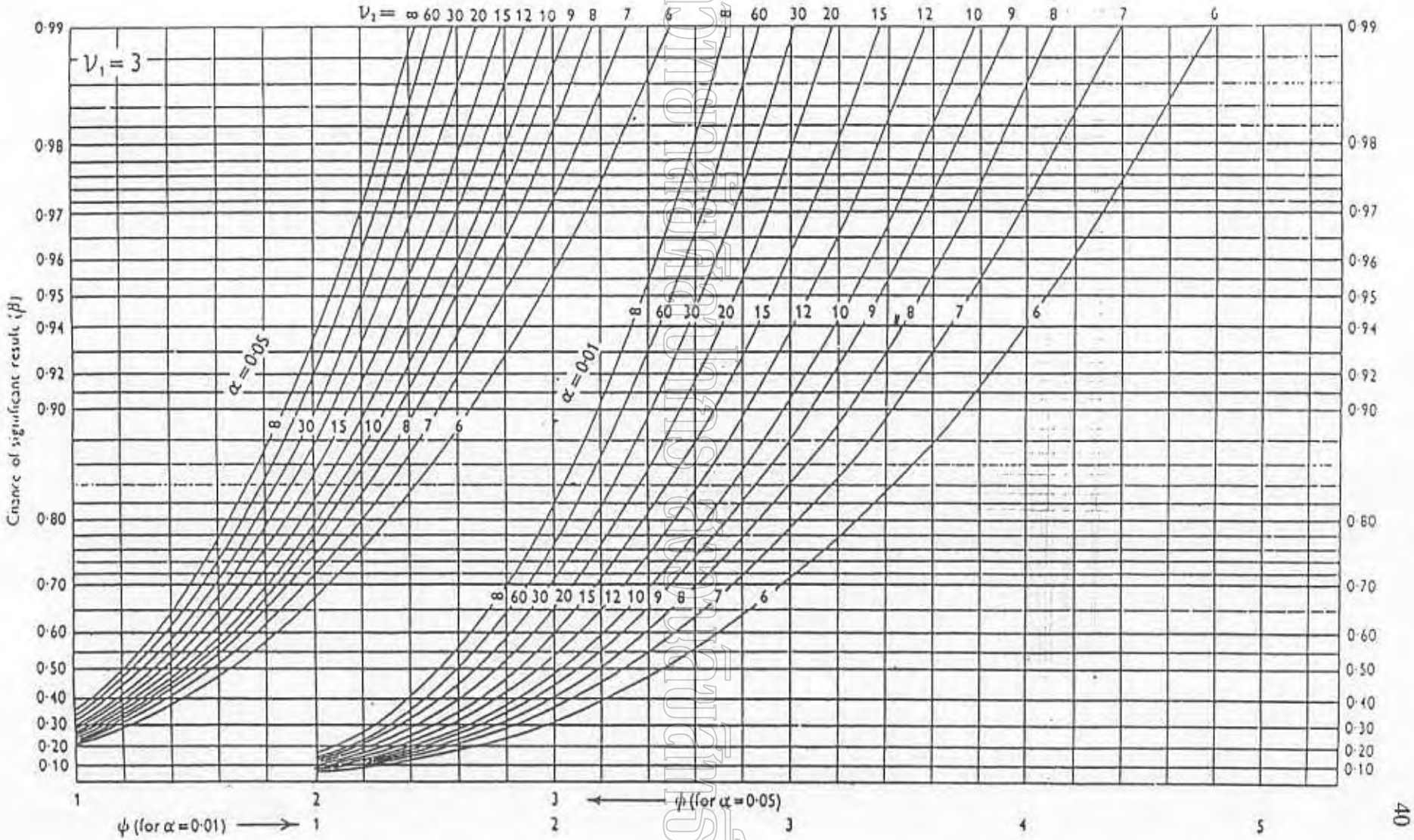
ภาคผนวก ข

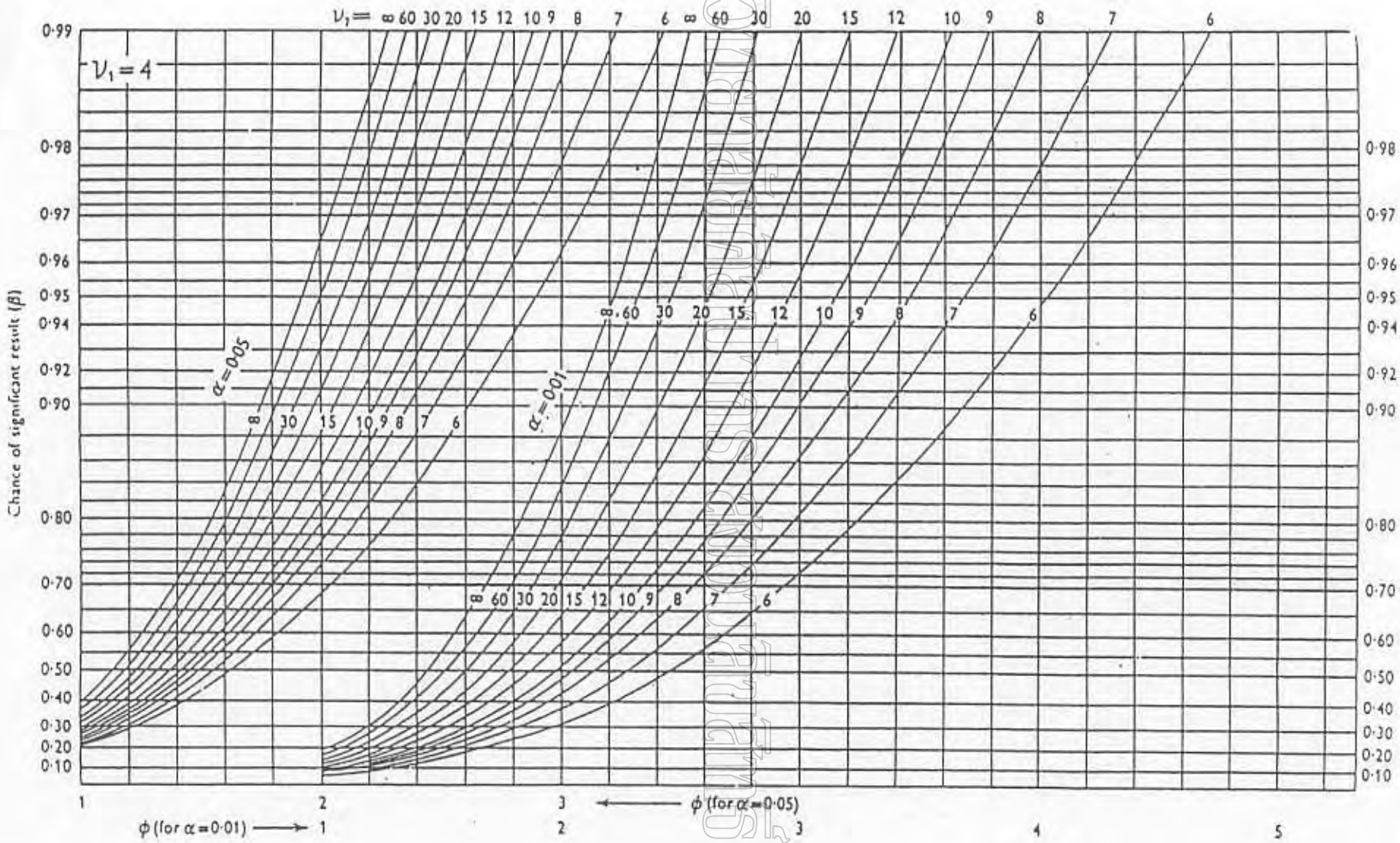
แผนภูมิกำลังการทดสอบ (Charts of the power function for analysis of variance tests, derived form the Non-Central F-distribution)

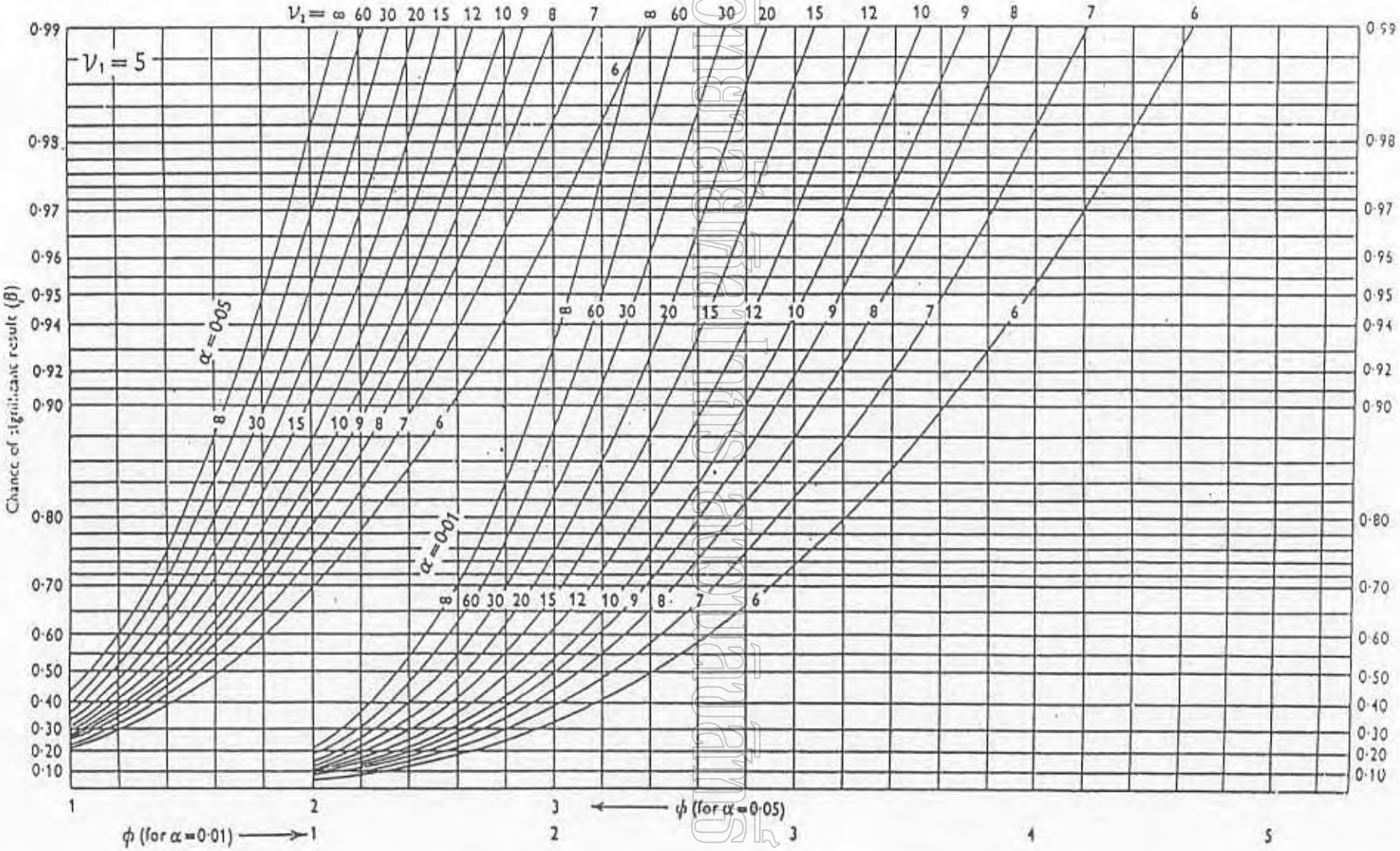
แผนภูมิกำลังการทดสอบ (Charts of the power function for analysis of variance tests, derived form the Non-Central F-distribution)

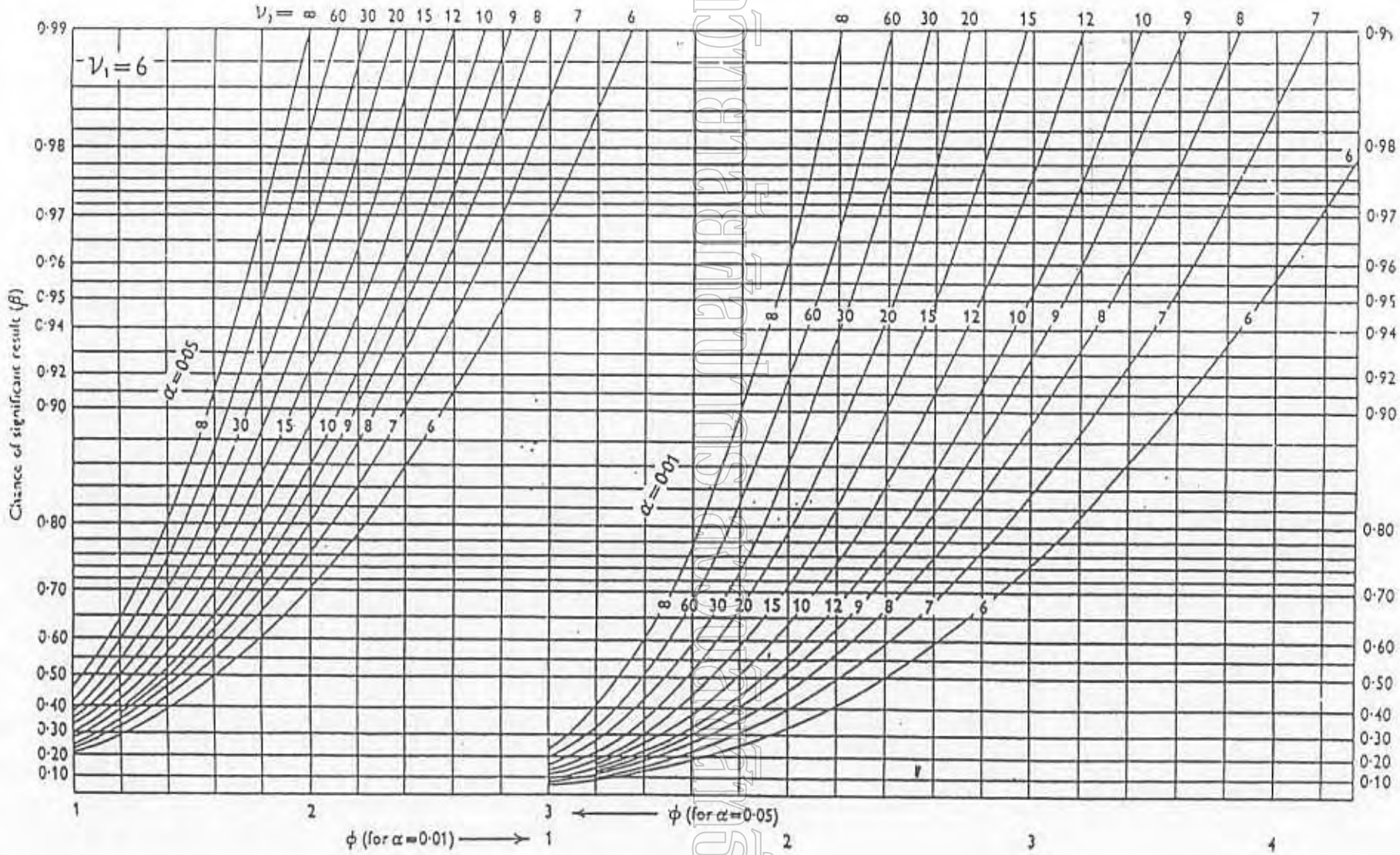


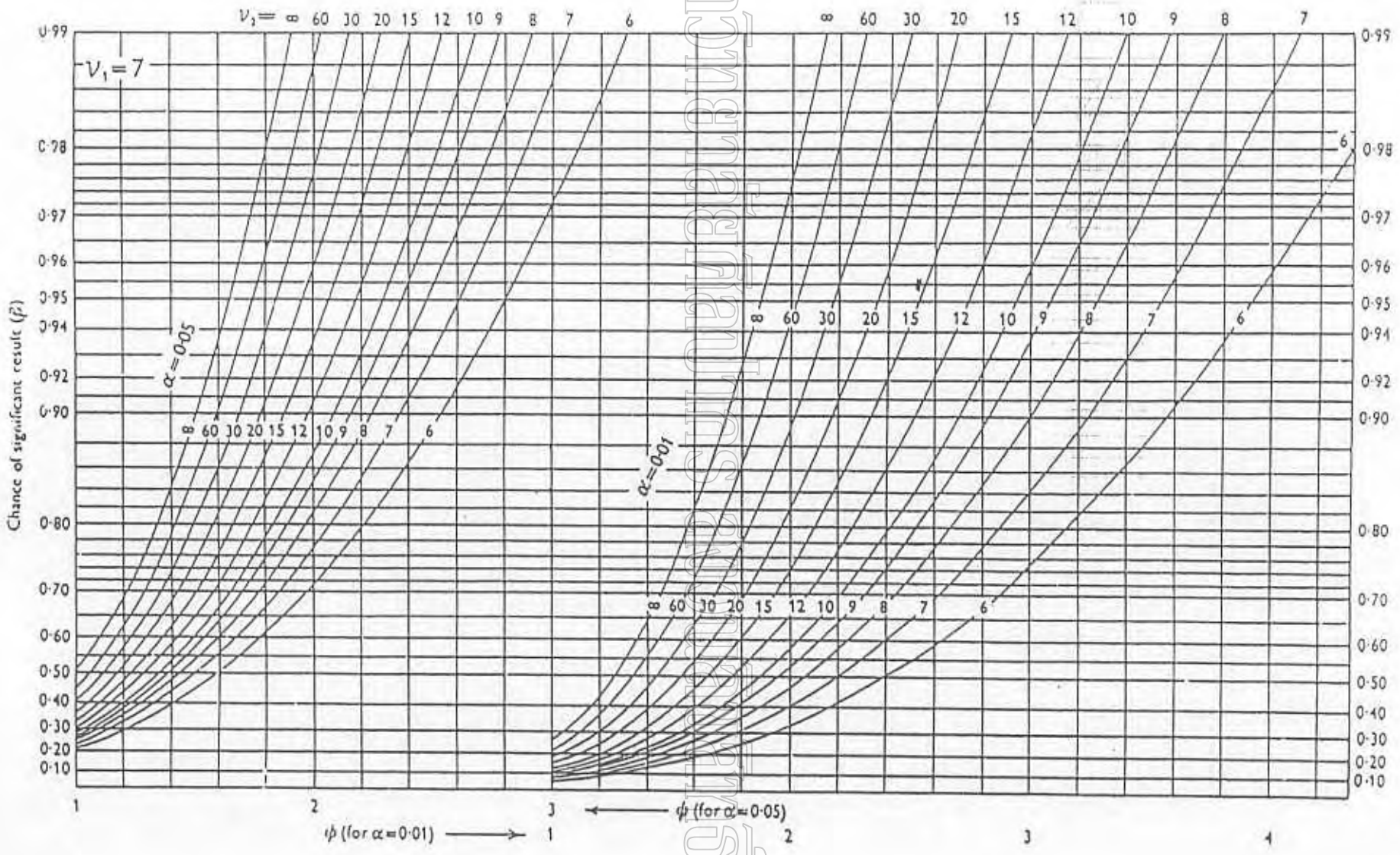


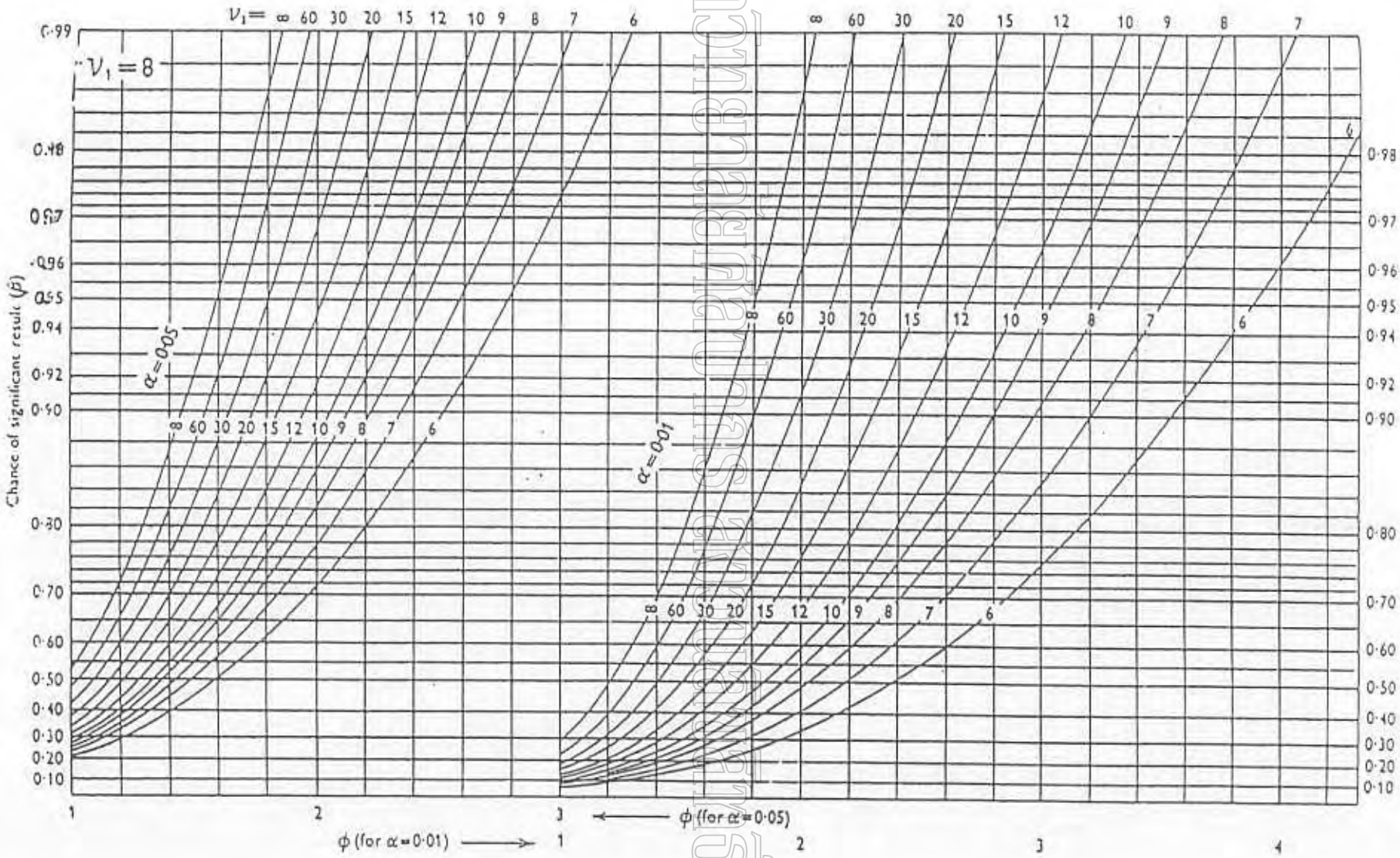

$\nu_1 = 3$
$\nu_2 =$ ∞ 60 30 20 15 12 10 9 8 7 6
$\alpha = 0{\cdot}05$
$\alpha = 0{\cdot}01$
Chance of significant result (β)
0·99
0·98
0·97
0·96
0·95
0·94
0·92
0·90
0·80
0·70
0·60
0·50
0·40
0·30
0·20
0·10
ψ (for $\alpha = 0{\cdot}01$) →
← ψ (for $\alpha = 0{\cdot}05$)
1
2
3
4
5











ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นายชูพล ดิษฐสกุล
ที่อยู่	218 หมู่ 1 ต.ห้วยจรเข้ อ.เมือง จ.นครปฐม 73000
ที่ทำงาน	สถาบันวิจัยสังคม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
	อาคารวิศิษฐ์ ประจวบเหมาะ เขตพญาไท
	กรุงเทพฯ 10330
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2540	สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกสถิติ
	จากมหาวิทยาลัยศิลปากร พระราชวังสนามจันทร์
	นครปฐม
พ.ศ. 2541	ศึกษาต่อระดับปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
	สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย
	มหาวิทยาลัยศิลปากร
ประวัติการทำงาน	
พ.ศ. 2543-ปัจจุบัน	ผู้ช่วยนักวิจัย สถาบันวิจัยสังคม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย